Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Технология и оборудование химических, нефтегазовых
и пищевых производств»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С МНОГОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

по дисциплине

**МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ
И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ**

Методические указания к выполнению практической работы
для студентов направления

18.03.01 «Химическая технология»

очной формы обучения
заочной формы обучения

Энгельс 2026

Практическая работа № 3

Математическая обработка результатов прямых равноточных измерений с многократными наблюдениями

Цель работы: приобретение навыков математической обработки результатов прямых равноточных измерений с многократными наблюдениями в соответствии с ГОСТ 8.736-2011 и представления результата измерений в соответствии с МИ 1317-2004.

Основные понятия

Часто исследованию подлежат тысячи объектов, в этом случае сплошное изучение становится невозможным и необходимо провести выборочное исследование. В этом случае важное значение приобретают технологии сбора, обработки и анализа данных, т.е. статистическая обработка данных, в частности результатов измерения. Результаты измерений представляют собой приближенные оценки значений величин, найденные путем измерений, так как даже самые точные приборы не могут показать действительного значения измеряемой величины. Обязательно существует погрешность измерений. При однократных измерениях оценку погрешности производят на основе класса точности используемых средств измерений. Получаемый при этом предел допускаемой погрешности СИ неполно характеризует качество измерений. Для того, чтобы оценить определить более точно усредненный результат измерения проводят многократные наблюдения и их статистическую обработку.

При статистической обработке группы результатов прямых многократных независимых измерений выполняют следующие операции:

- исключают известные систематические погрешности из результатов измерений:
- вычисляют среднее квадратическое отклонение результатов измерений:
- проверяют наличие грубых погрешностей и при необходимости исключают их;
- вычисляют доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины и др.

Проверку гипотезы о том. что результаты измерений принадлежат нормальному распределению, проводят с уровнем значимости с/ от 10 % до 2 %. Конкретные значения уровней значимости должны быть указаны в конкретной методике измерений.

Для определения доверительных границ погрешности оценки измеряемой величины доверительную вероятность Р принимают равной 0,95.

В зависимости от характера проявления различают **систематическую (Δ_C)** и **случайную (Δ_0)** составляющие погрешности измерений, а также **грубые погрешности (промахи).**

Грубые погрешности (промахи) возникают из-за ошибочных действий оператора, неисправности СИ: погрешности, зависящие от наблюдателя и связанные с неправильным обращением со средствами измерений.

Систематическая погрешность измерения (систематическая погрешность Δ_C) – это составляющая погрешности результата измерений, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Считается, что систематические погрешности могут быть обнаружены и исключены. Однако в реальных условиях полностью исключить систематическую составляющую погрешности измерения невозможно. Всегда остаются какие-то факторы, которые нужно учитывать, и которые будут составлять неисключенную систематическую погрешность.

Неисключенная систематическая погрешность (НСП) − составляющая погрешности результата измерений, обусловленная погрешностями вычисления и введения поправок на влияние систематических погрешностей или систематической

погрешностью, поправка на действие которой не введена вследствие ее малости.

Случайная погрешность измерения (Δ) – составляющая погрешности результата измерений, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях, проведенных с одинаковой тщательностью, одной и той же физической величины. Для уменьшения случайной составляющей погрешности проводят многократные измерения.

Алгоритм обработки результатов наблюдений

Обработку результатов наблюдений проводят в соответствии с ГОСТ 8.736-2011 «ГСИ. Измерения прямые с многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения».

1. Записать в таблицу (графы 1, 2) данные с указанием наименования ФВ и единицы измерения:

n_i	x_i	$\Delta x = x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	Вариационный ряд
1	2	3	4	5
1	x_1	$x_1 - \bar{x}$	$(x_1 - \bar{x})^2$	Δx_{min}
2	x_2	$x_2 - \bar{x}$	$(x_2 - \bar{x})^2$	
…	…	…	…	…
19	x_{19}	$x_{19} - \bar{x}$	$(x_{19} - \bar{x})^2$	
20	x_{20}	$x_{20} - \bar{x}$	$(x_{20} - \bar{x})^2$	Δx_{max}
	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$		$\sum_{i=1}^{n=20} (x_i - \bar{x})^2$	

2. Определить среднеарифметическое значение, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации и среднеквадратичную погрешность результата полученного ряда измерений.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; ; \quad S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} \; ; \quad S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \, .$$

Несмещенную оценку допускается вычислять по упрощенной формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n - 1{,}5}}$$

Результаты расчета смещения оценки среднеквадратичного отклонения составляет менее 1 %, что показывает, о правильном проведении расчета.

смещение оценки должно быть не более 1%.

$$\mathbf{K_{вар}} = \frac{S_x}{\bar{x}}$$

Квар - это относительная мера колеблемости вариационного ряда. При Квар<10% для свидетельствует о точном проведении измерения.

3. Определение доверительных границ случайной погрешности

а) задать доверительную вероятность из ряда Рд = 0,9; 0,95; 0,99;

б) рассчитать случайную погрешность, которая оценивается доверительным интервалом

$$\Delta_p = \pm t_x \cdot S$$

где t_P –коэффициент Стьюдента для данного уровня доверительной вероятности Рд и объема выборки n (по табл. приложения 1).

4. Исключить грубые погрешности

Для исключения грубых погрешностей используют статистический критерий

Граббса, который основан на предположении о том, что группа результатов измерений принадлежит нормальному распределению. Для этого вычисляют критерии Граббса G_1 и G_2, предполагая, что наибольший x_{max} и x_{min} результат измерений вызван грубыми погрешностями:

$$G_1 = \frac{\left|x_{\max} - \bar{x}\right|}{S_x},\ G_2 = \frac{\left|\bar{x} - x_{\min}\right|}{S_x}.$$

Сравнивают G_1 и G_2 с теоретическим значением G_T критерий Граббса при выбранном уровне значимости q. Таблица критических значений критерия Граббса приведена в приложении 2.

Если G_1 и $G_2 > G_T$, то x_{max} и x_{min} исключают как маловероятное значение. Если G_1 и $G_2 < G_T$, то x_{max} и x_{min} не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерения.

5. Записать результат измерения с указанием единиц измерения в виде $\bar{x} = x \pm \Delta$ (правила записи результата измерений приведены в приложении 3).

Среднее значение из 2 столбец в конце = 15,59 ± 0,15 15.44-16.74

15,19 ±0,17 15,02-15,36

6. Сделать вывод о смещении оценки среднеквадратичного отклонения, Квар, который свидетельствует о точном проведении измерения, определить доверительный интервал усреднённого значения вариационного ряда чисел, исключить грубые погрешности при помощи статистического критерия Граббса.

Варианты заданий

1. При измерении напряжения источника питания получены следующие результаты, В: 209,78; 209,65; 209, 63; 209,83; 209,69; 209,74; 209,80; 209,68: 209,71; 209,81; 210,0; Провести обработку результатов многократных измерений.
2. При измерении силы тока источника питания получены следующие результаты, А: 2,78; 2,65; 2,63; 2,83; 2,69; 2,74; 3,80; 2,68: 2,71; 2,81; 3,0; Провести обработку результатов многократных измерений.
3. При измерении сопротивления источника питания получены следующие результаты, Ом: 12,78; 12,65; 12, 63; 12,83; 12,69; 12,74; 12,80; 12,68: 12,71; 12,81; 12,0; Провести обработку результатов многократных измерений.
4. При измерении температуры получены следующие результаты, оС: 19,7; 19,5; 19,6; 19,8; 19,9; 19,7; 19,8; 19,6: 19,7; 19,8; 20,0; Провести обработку результатов многократных измерений.
5. При измерении давления в трубе получены следующие результаты, МПа: 0,078; 0,065; 0, 063; 0,083; 0,069; 0,074; 0,080; 0,068: 0,071; 0,081; 0,090; Провести обработку результатов многократных измерений.
6. При измерении силы света получены следующие результаты, Кд: 30,078; 30,065; 30,063; 30,083; 30,069; 30,074; 30,080; 30,068: 30,071; 30,081; 30,093; Провести обработку результатов многократных измерений.
7. При измерении напряжения источника питания получены следующие результаты, В: 209,78; 209,65; 209, 63; 209,83; 209,69; 209,74; 209,80; 209,68: 209,71; 209,81; 210,0; Провести обработку результатов многократных измерений.
8. При измерении силы тока источника питания получены следующие результаты, А: 1,78; 1,65; 1,63; 1,83; 1,69; 1,74; 1,80; 1,68: 1,71; 1,81; 10,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

9. При измерении сопротивления источника питания получены следующие результаты, Ом: 119,78; 119,65; 119,63; 119,83; 119,69; 119,74; 119,80; 119,68: 119,71; 119,81; 120,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

10. При измерении температуры получены следующие результаты, оС: 22,78; 22,65; 22,63; 22,83; 22,69; 22,74; 22,80; 22,68: 22,71; 22,81; 20,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

11. При измерении давления в трубе получены следующие результаты, МПа: 0,0978; 0,0965; 0,0963; 0,0983; 0,0969; 0,0974; 0,0980; 0,0968: 0,0971; 0,0981; 0,0100; Провести обработку результатов многократных измерений.

12. При измерении напряжения источника питания получены следующие результаты, В: 15,78; 15,65; 15, 63; 15,83; 15,69; 15,74; 15,80; 15,68: 15,71; 15,81; 16,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

13. При измерении силы света получены следующие результаты, Кд: 69,78; 69,65; 69, 63; 69,83; 69,69; 69,74; 69,80; 69,68: 69,71; 69,81; 70,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

14. При измерении силы тока источника питания получены следующие результаты, мА: 209,78; 209,65; 209, 63; 209,83; 209,69; 209,74; 209,80; 209,68: 209,71; 29,81; 210,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

15. При измерении сопротивления источника питания получены следующие результаты, Ом: 93,78; 93,65; 93, 63; 93,83; 93,69; 93,74; 93,80; 93,68: 93,71; 93,81; 100,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

16. При измерении температуры получены следующие результаты, оС: 23,78; 23,65; 23,63; 23,83; 23,69; 23,74; 23,80; 23,68: 23,71; 23,81; 24,0; Провести обработку результатов многократных измерений.

17. При измерении напряжения источника питания получены следующие результаты, В: 9,08; 9,05; 9,03; 9,03; 9,09; 9,04; 9,08; 9,068: 9,071; 9,081; 9,056; Провести обработку результатов многократных измерений.

18. При измерении температуры получены следующие результаты, оС:45,0;42,3;44,6;43,2;42,3;44,1;44,0;43,9;42,9;45,0. Провести обработку результатов многократных измерений.

Вопросы для самопроверки

1. В чем смысл многократных измерений?
2. Для чего проводиться статистическая обработка результатов измерения?
3. Какие бывают погрешности в зависимости от характера проявления?
4. Что такое неисключенная систематическая погрешность и как ее определить?
5. Как определяется среднеквадратичное отклонение?
6. Как исключить грубые погрешности?
7. Каким нормативными документами регулируется математическая обработка результатов измерения.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература

1. Эрастов, В. Е. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В.Е. Эрастов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 196 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/23696. - ISBN 978-5-16-012324-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1983263. – Режим доступа: по подписке.

2. Дворкин, В. И. Метрология и обеспечение качества химического анализа / В. И. Дворкин. — 2-е изд. — Москва : Техносфера, 2019. — 318 c. — ISBN 978-5-94836-564-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/99109.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Данилевич, С. Б. Основы законодательной метрологии, технического регулирования и стандартизации : учебное пособие / С. Б. Данилевич. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. — 47 c. — ISBN 978-5-7782-3864-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/98801.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4. Метрология, стандартизация и сертификация: Учеб. пособие/ А.И. Аристов, В. М. Приходько, И. Д. Сергеев, Д. С. Фатюхин. М.:ИНФРА-М, 2012. – 256с.

Экземпляры всего: 10

5. Радкевич Я. М. Метрология, стандартизация и сертификация: учебник для бакалавров/ Я. М. Радкевич, А. Г. Схиртладзе. – 5 изд., перераб. И доп. – М.: Издательство Юрайт, 2012. – 813 с.

Экземпляры всего: 5

6. Основы стандартизации, метрологии, сертификации: учебник/ О.П.Яблонский, В.А.Иванова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Ростов н/Д: Феникс, 2010. - 475 с.

Периодические издания

Журналы «Стандарты и качество» https://ria-stk.ru/.

Нормативно-правовые акты и иные правовые документы

1. Федеральный закон "Об обеспечении единства измерений" от 26.06.2008 N 102-ФЗ.

2. Федеральный закон "О техническом регулировании" от 27.12.2002 N 184-ФЗ.

3. Федеральный закон "О стандартизации в Российской Федерации" от 29.06.2015 N 162-ФЗ.

4. Закон РФ от 07.02.1992 N 2300-1 (ред. от 04.08.2023) "О защите прав потребителей".

Перечень электронно-образовательных ресурсов

1 Метрология, стандартизация и сертификация

http://techn.sstu.ru/new/SubjectFGOS/Default.aspx?kod=121

Электронные ресурсы библиотеки института - электронные версии методических разработок, указаний и рекомендаций по выполнению практических работ

Рабочая программа, краткий конспект лекций, вопросы к модулям, экзамену, тестовые задания, методические указания к выполнению лабораторных и практических работ.

Электронно-библиотечные системы

1. «ЭБС IPRbooks»,
2. ЭБС «Лань»
3. «ЭБС elibrary»
4. ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА»
5. ЭБС «Znanium»

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронный фонд правовой и нормативно-технической документации: http://docs.cntd.ru/document/
2. Система ГАРАНТ: http://base.garant.ru
3. Метрология. Метрологическое обеспечение производства: http://www.metrob.ru
4. База данных ГОСТ РФ http://www.vsegost.com
5. Главный форум метрологов: http://metrologu.ru
6. МЧС РОССИИ: https://www.mchs.gov.ru/dokumenty
7. Общероссийские классификаторы: https://classifikators.ru

Печатные и электронные образовательные ресурсы в формах, адаптированных для студентов с ограниченными возможностями здоровья (для групп и потоков с такими студентами)

1. Адаптированная версия НЭБ, для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ), в том числе в случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Перечень информационно-справочных систем

Официальный сайте - Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (Росстандарт): https://www.gost.ru

Перечень профессиональных баз данных

1. Консультант плюс – www.consultant.ru
2. Гарант (информационно-правовой портал) – www.garant.ru

Приложение 1

Коэффициенты Стьюдента

Число ст. свободы, *n*-1	P		**Число ст. свободы, *n*-1**	P	
	0,95	0,99		0,95	0,99
1	12,710	63,661	18	2,101	2,878
2	4,302	9,922	19	2,091	2,859
3	3,182	5,841	20	2,086	2,845
4	2,776	4,604	21	2,083	2,834
5	2,571	4,032	22	2,074	2,819
6	2,447	3,707	23	2,071	2,814
7	2,365	2,998	24	2,064	2,797
8	2,306	3,355	25	2,062	2,791
9	2,262	3,250	26	2,056	2,779
10	2,228	3,169	27	2,053	2,772
11	2.201	3,111	28	2,048	2,763
12	2,179	3,055	29	2,054	2,762
13	2,162	3,013	30	2,042	2,750
14	2,145	2,977	40	2,021	2,73
15	2,134	2,951	60	2,012	2,656
16	2,120	2,921	120	1,981	2,621
17	2,112	2,871	∞	1,960	2,576

Приложение 2

Критические значения $G_т$ для критерия Граббса

n	Значение при уровне значимости *q*		***n***	Значение при уровне значимости *q*	
	Свыше 1 %	Свыше 5 %		Свыше 1 %	Свыше 5 %
4	1,496	1,481	21	3,031	2,733
5	1,764	1,715	22	3,060	2,758
6	1,973	1,887	23	3,087	2,781
7	2,139	2,020	24	3,112	2,802
8	2,274	2,126	25	3,135	2,822
9	2,387	2,215	26	3,157	2,841
10	2,482	2,290	27	3,178	2,859
11	2,564	2,355	28	3,199	2,876
12	2,636	2,412	29	3,218	2,893
13	2,699	2,462	30	3,236	2,908
14	2,755	2,507	31	3,253	2,924
15	2,806	2,549	32	3,270	2,938
16	2,852	2,585	33	3,286	2,952
17	2,894	2,620	34	3,301	2,965
18	2,932	2,651	36	3,330	2,991
19	2,968	2,681	38	3,356	3,014
20	3,001	2,709	40	3,381	3,036

Приложение 3

Правила округления погрешности и записи результатов измерений

Форма представления результатов должна соответствовать МИ 1317.

При симметричной доверительной погрешности результат однократного измерения представляют в форме $x_{изм}$; $\pm\Delta$; P или $x_{изм} \pm \Delta(P)$.

Например: результат измерения напряжения следует представить в форме:

$U = 0{,}904$ В; $\Delta = \pm 0{,}027$ В; $P = 0{,}95$ или $(0{,}904 \pm 0{,}027)$ В; $P = 0{,}95$.

В соответствии с МИ 1317 погрешность измерений выражается числом с одной или двумя значащими цифрами.

Эмпирически были установлены следующие правила округления рассчитанного значения погрешности и полученного результата измерения.

1. Если первая значащая цифра числа (это первая цифра числа, не равная нулю), выражающего погрешность, равна 1 или 2, то это значение погрешности должно содержать две значащих цифры. Ниже приведены примеры округления погрешностей измерения.

Вычисленная погрешность	Округленная погрешность
$\Delta = 137{,}153$ м	$\Delta = 140$ м
$\Delta = 2{,}42$ кг	$\Delta = 2{,}4$ кг
$\Delta = 0{,}01546$ А	$\Delta = 0{,}016$ А

2. Если первая значащая цифра числа, выражающего погрешность, равна 3 и более, то значение погрешности должно содержать одну значащую цифру. Ниже приведены примеры округления погрешностей измерения.

Вычисленная погрешность	Округленная погрешность
$\Delta = 0{,}0327$ В	$\Delta = 0{,}03$ В
$\Delta = 516{,}78$ Дж	$\Delta = 500$ Дж
$\Delta = 78{,}59$ Гн	$\Delta = 80$ Гн

3. При записи результатов измерений числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности. Ниже приведены примеры записи результатов измерений.

Вычисленная погрешность	Округленная погрешность
$C_{изм} = 0{,}0014964$ Ф; $\Delta = \pm 0{,}000123$ Ф	$C_{изм} = (1{,}5 \pm 0{,}12)$ мФ
$m_{изм} = 34667{,}83$ г; $\Delta = \pm 867{,}15$ г	$m_{изм} = (34{,}7 \pm 0{,}9)$ кг
$t_{изм} = 29{,}756$ с; $\Delta = \pm 0{,}0172$ с	$t_{изм} = (29{,}756 \pm 0{,}017)$ с